

Simulation numérique de la convection thermique dans un espace annulaire soumis à un champs de pesanteur radial

Marlene Smieszek, Olivier Crumeyrolle, Innocent Mutabazi, Christoph Egbers

▶ **To cite this version:**

Marlene Smieszek, Olivier Crumeyrolle, Innocent Mutabazi, Christoph Egbers. Simulation numérique de la convection thermique dans un espace annulaire soumis à un champs de pesanteur radial . Colloque Interuniversitaire Franco-Québécois 2009, May 2009, Lille, France. pp.381-386. hal-01811201

HAL Id: hal-01811201

https://normandie-univ.hal.science/hal-01811201

Submitted on 17 Jul 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

SIMULATION NUMERIQUE DE LA CONVECTION THERMIQUE DANS UN ESPACE ANNULAIRE SOUMIS A UN CHAMPS DE PESANTEUR RADIAL

Marlene **SMIESZEK**[*,a], Olivier **CRUMEYROLLE** [a], Innocent **MUTABAZI** [a], Christoph **Egbers** [b]

[a] *Laboratoire Ondes et Milieux Complexes, FRE 3102, CNRS-Université du Havre, 53, rue Prony, BP 540, 76058 Le Havre cedex, France*

[b] *Department of Aerodynamics and Fluid Mechanics, Brandenburg Technical University, Siemens-Halske-Ring 14, 03046 Cottbus, Allemagne*

RÉSUMÉ

Nous étudions numériquement les instabilités de la convection thermique dans une géométrie annulaire cylindrique soumise à un gradient radial de température et à une force diélectrophorétique provoquée par un champ électrique haute tension alternatif. Les paramètres de contrôles sont le rapport d'aspect, le rapport des rayons, le nombre de Prandtl et les nombres de Rayleigh thermique et électrique [1,2]. Nous rapportons les résultats obtenus d'une part pour les conditions terrestres, mais aussi dans le cas de l'apesanteur. Une attention particulière est portée au transfert thermique obtenu à partir du mode critique d'instabilité.

Mots Clés : *convection, transfert thermique, diélectrophorétique, espace annulaire, apesanteur.*

NOMENCLATURE

Symboles :

A	surface d'un élément, m²
a	rayon du cylindre intérieur, m
b	rayon du cylindre extérieur, m
g	gravité, m/s^2
p	pression, Pa
L	longueur, m
m	paramètre d'ajustement
Nu	nombre de Nusselt
Ra	nombre de Rayleigh
T	température, K
V	différence de potentiel électrique, V

Lettres grecques :

α	coefficient de dilatation thermique, 1/K
γ	coefficient de variation thermique de la permittivité relative, 1/K
ε_0	permittivité du vide
ε_r	permittivité relative
φ	densité de flux chaleur, W/m^2
κ	diffusivité thermique, m^2/s
ν	viscosité cinématique, m²/s
ρ	masse volumique, kg/m³
μ	viscosité dynamique, Pa·s
ω	vorticité, s^{-1}

Indices / Exposants :

rms	moyenne quadratique
*	adimensionné
0	V=0
c	critique
E	électrique
F	fluide
n	paramètre d'ajustement

[*] auteur correspondant
Adresse électronique marlene.smieszek@univ-lehavre.fr

1. INTRODUCTION

L'effet des instabilités de convection sur les propriétés de transfert thermique dans un espace confiné fait l'objet de recherches à la fois théoriques et appliquées. Dans certaines situations on peut souhaiter influer activement sur ces phénomènes. Un exemple particulier est le cas de la microgravité, où l'absence de flottabilité peut être préjudiciable à la convection. Dans le cas d'un liquide diélectrique confiné dans un espace annulaire, cylindrique et soumis à un gradient radial de température, l'application d'un champ électrique alternatif haute tension peut engendrer une force dite diélectrophorétique qui modifie les mouvements convectifs dans le liquide.

En l'absence de charges, cette force résulte de l'inhomogénéité de la permittivité diélectrique engendrée par le gradient de température. Si le champ électrique est lui aussi dirigé radialement, alors une gravité radiale variant comme r^{-3} est obtenue, indépendamment de la direction de la gravité terrestre. Ceci permet, sur Terre, d'affecter la convection naturelle, et, en situation de microgravité, de créer des écoulements convectifs autrement absents. Une autre configuration possible est celle d'une coquille sphérique de fluide, pour laquelle la force diélectrophorétique engendre une gravité radiale variant comme r^{-5}.

Dans le cas cylindrique, en l'absence de rotation des parois et en l'absence de la gravité terrestre, la stabilité de l'écoulement du liquide diélectrique a été étudiée de manière théorique et expérimentale par Chandra et Smylie [3] et théoriquement par Takashima [4]. Ces études supposaient, du point de vue théorique, une géométrie infiniment longue et un comportement axisymétrique, et n'ont pas complètement élucidé l'effet du champ électrique. Sitte *et al.* [7] ont conduit une expérience dans les conditions de microgravité pendant un vol parabolique en utilisant la force diélectrophorétique et la flottabilité résultante comme force motrice. Ils ont observé un régime transitoire présentant une brisure de la symétrie azimutale.

La présente étude porte sur un espace annulaire avec des parois immobiles mais soit de hauteur finie dans le cas axisymétrique, soit de hauteur infinie dans le cas invariant axialement –non-axisymétrique. L'écoulement de base et le seuil de sa déstabilisation vers le régime de convection électro-hydrodynamique sont déterminés pour différentes valeurs de l'écart de température appliqué dans l'entrefer. Les résultats sont comparés avec ceux de la littérature. Quelques résultats préliminaires obtenus sur l'ensemble de l'espace annulaire, sans supposer de symétrie, sont présentés.

2. EQUATIONS DU PROBLEME

La géométrie du système est délimitée par deux surfaces cylindriques coaxiales immobiles de rayons a et b, avec $a < b$, de hauteur L (Figure 1). Les nombres adimensionnels suivant sont définis : le rapport des rayons $\eta=a/b$, le rapport d'aspect $\Gamma=L/d$, avec $d=b-a$ l'entrefer radial.

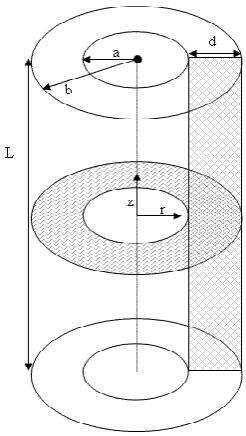


Figure 1 : Géométrie cylindrique annulaire et ses paramètres.

Les équations de Navier-Stokes pour un fluide incompressibles sont, en appliquant l'approximation de Boussinesq :

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{v}=0$$

$$\rho_0\left(\frac{\partial\vec{v}}{\partial t}+(\vec{v}\cdot\vec{\nabla})\vec{v}\right)=-\vec{\nabla}p-\rho_0\alpha(T-T_0)\vec{g}+\mu\nabla^2\vec{v}+\vec{f}_E \quad (1)$$

où ρ_0 est la masse volumique à la température T_0, $\vec{g}$ l'accélération de la pesanteur, p la pression dynamique, T la température, μ la viscosité dynamique et α le coefficient de dilatation du liquide. Dans le cas général, la force en volume $\vec{f}_E$ engendrée par la présence du champ électrique alternatif vaut [5] :

$$\vec{f}_E=\rho_F\vec{E}-\frac{1}{2}\vec{E}^2\vec{\nabla}\varepsilon+\frac{1}{2}\vec{\nabla}\left(\rho\frac{\partial\varepsilon}{\partial\rho}\vec{E}^2\right) \quad (2)$$

avec ρ_F la densité de charges libres, ε la permittivité du liquide et $\vec{E}$ la moyenne quadratique du champs électrique. En effet la faible conductivité électrique σ du liquide diélectrique fait que le temps de relaxation caractéristique du mouvement des charges ε/σ est plus long que la période du champ électrique alternatif. Il n'y a donc pas d'accumulation de charge. En l'absence de charges libres le premier terme est nul tandis que le dernier terme peut-être inclus dans le gradient de

pression. Aussi la force diélectrophorétique se réduit à [6] :

$$\vec{f}_E = -\frac{1}{2}\vec{E}^2\vec{\nabla}\varepsilon \tag{3}$$

En négligeant les termes de dissipation visqueuse et électrique, l'équation pour la conservation de l'énergie est :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{v}\cdot\vec{\nabla})T = \kappa\nabla^2 T \tag{4}$$

Pour la valeur quadratique moyenne du champ, il vient :

$$\begin{aligned}\vec{\nabla}\cdot(\varepsilon\vec{E}) &= 0\\ \vec{E} &= -\vec{\nabla}V_{rms}\end{aligned} \tag{5}$$

où V_{rms} est la moyenne quadratique de la haute tension appliquée et où la permittivité est supposée varier linéairement avec la température : $\varepsilon=\varepsilon_1[1-\gamma(T-T_0)]$, et $\varepsilon_1=\varepsilon(T_0)$.

2.1. Equation de la vorticité

De l'équation (1), on déduit l'équation de la vorticité :

$$\begin{aligned}\frac{\partial\vec{\omega}}{\partial t} + (\vec{v}\cdot\vec{\nabla})\vec{\omega} = (\vec{\omega}\cdot\vec{\nabla})\vec{v} + \nu\Delta\vec{\omega}\\ + \alpha(\vec{g}+\vec{g}_E)\times\vec{\nabla}T\end{aligned} \tag{6}$$

Ainsi la force diélectrophorétique est associée à une gravité supplémentaire appelée gravité électrique $\vec{g}_E$. Dans le cas de l'état conductif dans un anneau cylindrique, il vient :

$$\vec{g}_E = \frac{\varepsilon_1\gamma}{\rho_0\alpha}\left(\frac{V}{\ln(a/b)}\right)^2\cdot\frac{\vec{e}_r}{r^3} \tag{7}$$

Nous nous plaçons dans le cas où la paroi interne est maintenue à une température supérieure à la paroi externe. On peut définir le nombre de Rayleigh électrique :

$$Ra_E = \frac{\gamma\cdot g_E\Delta T}{\nu\kappa}d^3 \tag{8}$$

avec $\nu=\mu/\rho$ la viscosité cinématique du liquide et $\Delta T=T_b-T_a$ l'écart de température entre la paroi interne et la paroi externe.

On note que la gravité électrique $\vec{g}_E$ est une fonction de r. On pose pour la suite $Ra_E = Ra_E(r=b)$, le nombre de Rayleigh à la paroi extérieure.

2.2. Méthode numérique

Le problème est résolu par la méthode des éléments finis à l'aide du code industriel « Comsol Multiphysics » v3.4.

Dans le cas où le domaine de résolution est la section rectangulaire (r, z), de hauteur finie L (*cf.* Figure 1), le comportement est supposé axisymétrique. La résolution en 2D est effectuée avec des éléments de Lagrange sur un maillage régulier de 6600 rectangles (Figure 2). Les équations de Navier-Stokes nécessitent l'emploi d'éléments quadratiques pour les vitesses et linéaires pour la pression, tandis que les équations de l'énergie et du potentiel rms sont résolues avec des éléments quadratiques.

Dans le cas où le domaine de résolution est la couronne (r, θ), le comportement est supposé non-axisymétrique mais invariant axialement. La même combinaison d'éléments finis est employée, mais sur un maillage non-structuré de 9280 triangles (Figure 2).

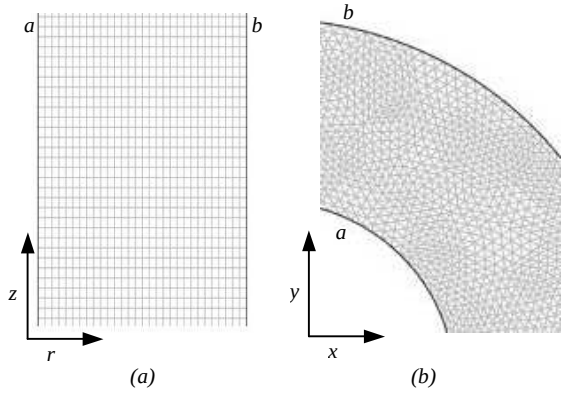


Figure 2 : Détail du maillage: (a) maillage régulier rectangulaire (r, z), (b) maillage non-structuré (r, θ) .

Un nombre plus restreint de simulations ont été conduites en 3D, sur l'ensemble de l'espace annulaire. Pour des raisons de simplicité –notamment pour la visualisation– les équations ont été réécrites sans dimensions dans un espace rectangulaire $(x,y,z) \in [0,1]\times[0,2\pi]\times[0,\Gamma]$, périodique en y et incluant explicitement les effets de courbure dans les équations. Un maillage régulier de 3x6x10 éléments paral-

lélépipédiques d'ordre 3 est employé (ordre 2 pour la pression).

Les conditions aux limites sont des conditions de non-glissement à toutes les parois pour les vitesses. Pour la température et le potentiel électrique, nous employons aux parois à $z=0$ et $z=L$ des conditions d'isolation thermique et électrique, ainsi que les conditions suivantes pour les parois latérales :

$$\begin{aligned} T &= T_{in} \quad sur \quad r = a \\ T &= T_{out} \quad sur \quad r = b \\ V &= 0 \quad sur \quad r = a \\ V &= V_{rms} \quad sur \quad r = b \end{aligned} \tag{9}$$

2.3. Contrainte sur les paramètres de contrôle

Les valeurs choisies pour la présente étude résultent des paramètres envisagés pour la partie expérimentale du projet, qui est développée au LAS pour un prochain vol « zéro G ». Le dispositif expérimental disposera en particulier d'un cylindre extérieur transparent, muni d'un revêtement conducteur transparent. Ceci permettra la visualisation Schlieren le long de toute la géométrie, et non au travers du seul entrefer comme précédemment réalisé par Sitte *et al* [7]. Trois types d'huile silicone de la série « Baysilone M » (Bayer Silicones, Germany) sont envisagés. Les nombres de Prandtl associés sont $Pr \in \{64{,}6\ ;\ 107\ ;\ 204{,}9\}$. Le dispositif expérimental emploi des cylindres fixes, raison pour laquelle les surfaces cylindriques ont été supposées immobiles à la section 2. Deux géométries sont envisagées : une géométrie de grand entrefer $\eta=0{,}5$ et une géométrie de faible entrefer avec $\eta=0{,}9$. Dans les deux cas le rapport d'aspect vaut $\Gamma=10$. La présente étude numérique rapporte aussi quelques résultats pour $\Gamma=9{,}14\ ;\ \eta=0{,}5$.

3. Résultats

En l'absence de pesanteur terrestre, l'état de base est un état purement conductif, thermiquement et électriquement. Dans le cas axisymétrique, des rouleaux contrarotatifs sont observés comme premier mode d'instabilité à partir d'une certaine tension critique, exprimée en moyenne quadratique et notée $V_{rms,c}$. L'influence du rapport des rayons sur le seuil $V_{rms,c}$ de cette instabilité est présentée sur la Figure 3 pour Pr=64,6 avec deux valeurs d'entrefer. Les courbes de stabilité visibles sur cette figure peuvent être ajustées à l'aide d'une loi de puissance $V_{rms}=m(T^*)^n$ où $T^*=\Delta T/T_0$ représente la température adimensionnée. Les paramètres d'ajustement m et n obtenus sont résumés Table 1. On remarque que l'écart entre le seuil pour chaque géométrie est d'autant plus grand que l'écart de température imposé est petit.

Tableau 1 : g=0. Paramètres d'ajustement pour $V_{rms,c}$

η	*m*	*n*
0,5	6,41	-3,75
0,9	15,33	-4,37

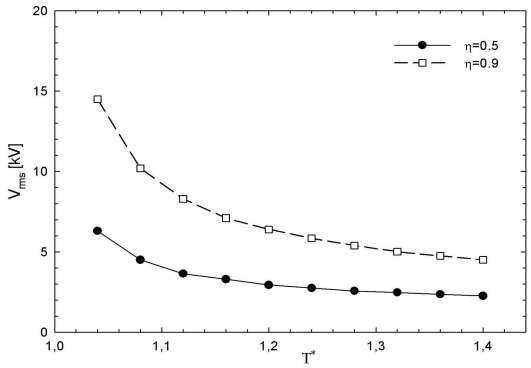


Figure 3 : g=0. Seuil du premier mode d'instabilité pour différentes géométries en fonction de la température adimensionnée T.*

La Figure 4 illustre l'influence du nombre de Prandtl du liquide diélectrique sur le seuil d'apparition des rouleaux contrarotatifs pour Pr=64,6, Pr=107,3 et Pr=204,9. Les liquides avec des grandes valeurs de Prandtl nécessitent des tensions critiques plus élevées. Les seuils diminuent quand l'écart de température augmente, mais en des proportions identiques. Plus précisément on observe que la variation du seuil entre deux cas présentant des nombres de Prandtl différents est égale au rapport desdits nombres de Prandtl. On est conclut que la valeur critique en tension $V_{rms,c}$ dépend linéairement du nombre de Prandtl.

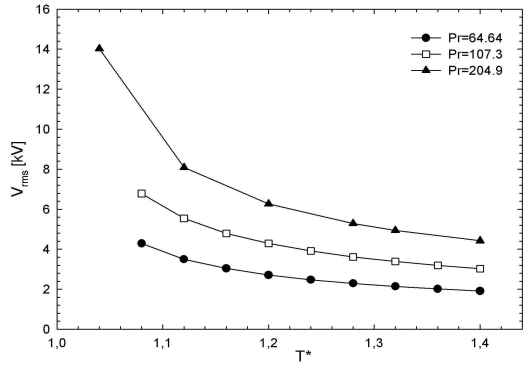


Figure 4 : g=0. Seuil de la première instabilité pour différents fluides en fonction de la température adimensionnée T (η=0.5).*

Si on suppose maintenant un comportement non-axisymétrique mais invariant axialement, le premier mode d'instabilité est observé sous forme de colonnes, contrarotatives dans le plan (r,θ), ceci à un seuil

V_{rms}=1871V, inférieur à celui des rouleaux contrarotatifs axisymétriques.

Nous présentons sur la Figure 5 le flux de chaleur au niveau de la paroi extérieure au-delà du seuil de la première instabilité, toujours avec $g=0$, mais à la fois pour le cas axisymétrique et le cas axialement invariant, pour différents écarts de température. Le flux de chaleur est normalisé avec le flux de chaleur observé à $V_{rms}=0V$. Les colonnes (régime axialement invariant) assurent un meilleur transfert de chaleur que le régime des rouleaux axisymétriques. Ceci est aussi visible dans les valeurs plus élevées du nombre de Nusselt obtenues pour le régime des colonnes, Figure 6.

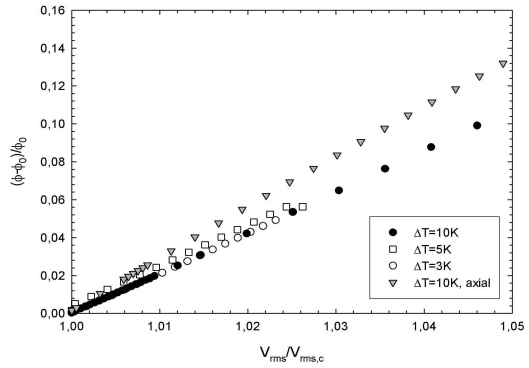


Figure 5 : g=0. Densité de flux de chaleur normalisé. «axial » : cas axialement invariant.

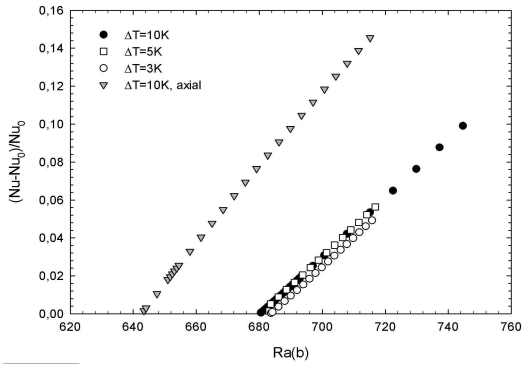


Figure 6 : g=0. Valeur normalisée nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh.

Dans le cas où $g\neq0$, l'écoulement de base est formé d'une cellule de convection thermique. La figure 7 présente le flux de chaleur à travers la paroi extérieure pour deux écarts de température ΔT=5K et ΔT=10K. Comparativement au cas $g=0$, le flux augmente de façons progressive seulement pour de grandes valeurs de la tension. Ceci est aussi visible dans les valeurs plus élevées du nombre de Nusselt sur la figure 8.

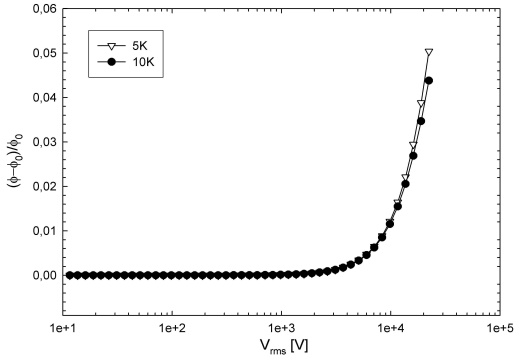


Figure 7 : g=9,81m·s^{-2}. Densité de flux de chaleur normalisé. (cas axisymétrique)

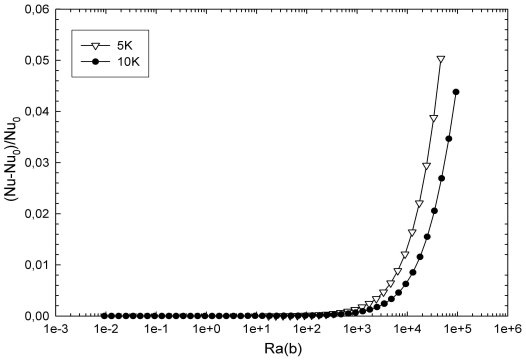


Figure 8 : g=9,81m·s^{-2}. Valeur normalisée nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh. (cas axisymétrique)

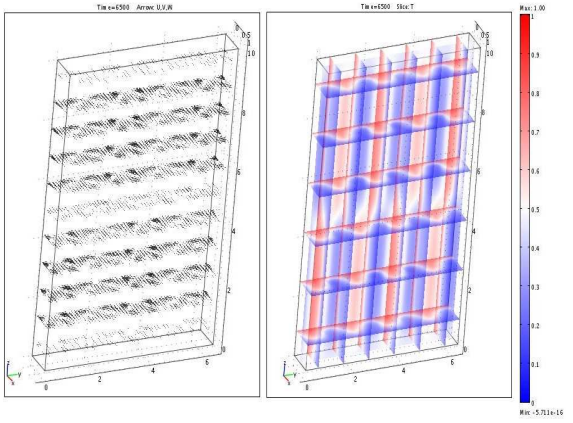


Figure 9: g=0m·s^{-2}. Champs de vitesse et température adimensionnés en trois dimensions pour V_{rms}=1890V après 100d²/κ secondes.

Des calculs préliminaires 3D ont été menés pour Pr=64,6, $\eta=0,5$, $g=0$, $\Delta T=10K$ sur l'intervalle t=[0,100d²/κ], et ceci pour des valeurs de V_{rms} allant de 1810V jusqu'à 2000V par pas de 10V. La première bifurcation observée depuis l'état conductif est en

faveur des colonnes, avec toutefois un changement de phase à mi-hauteur (Figure 9). Dans l'intervalle de temps étudié, cette bifurcation n'est visible qu'à partir de 1890V. Pour 1910V, soit le seuil d'instabilité des rouleaux, ceux-ci sont observés comme première instabilité (Figure 10) mais de manière transitoire, depuis un peu plus de $10d^2/\kappa$ jusqu'à un peu plus de 70 d^2/κ, avant de céder place aux colonnes (Figure 11). La compétition entre rouleaux et colonnes devient plus complexe quand V_{rms} est augmentée.

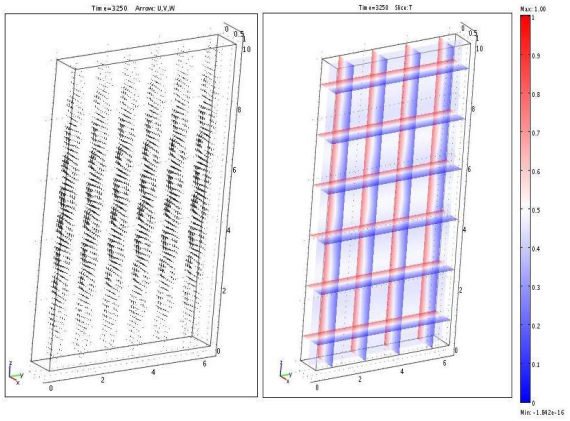


Figure 10 : $g=0m\cdot s^{-2}$. Champs de vitesse et température adimensionnés en trois dimensions pour $V_{rms}=1910V$ à $50d^2/\kappa$ secondes.

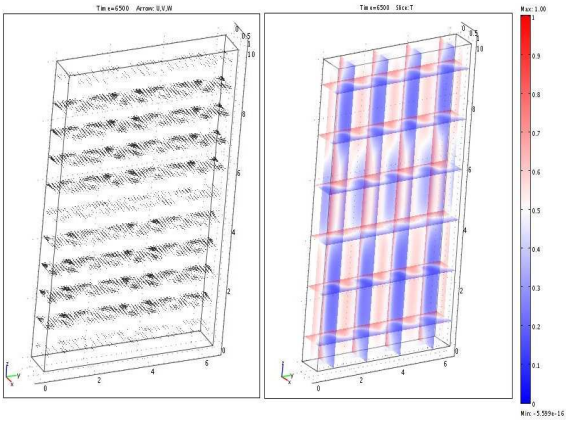


Figure 11 : $g=0m\cdot s^{-2}$. Champs de vitesse et température adimensionnés en trois dimensions pour Vrms=1910V après $100d^2/\kappa$ secondes.

4. DISCUSSION ET CONCLUSION

Nous avons étudié numériquement l'instabilité convective d'un liquide diélectrique soumis à une force diélectrophorétique radiale dans un espace annulaire vertical circulaire soumis à un écart de température. Le cas de l'apesanteur *(g=0)* et le cas des conditions terrestres *($g=9.81m/s^{-2}$)* ont été abordés.

En apesanteur, les simulations axisymétriques prédisent comme premier mode d'instabilité des rouleaux contrarotatifs stationnaires en accord avec les résultats de l'analyse de stabilité linéaire de Chandra and Smylie [3]. La valeur de tension critique dépend du rapport des rayons et du nombre de Prandtl. Nous avons rapporté l'augmentation linéaire du flux de chaleur quand la haute tension appliquée augmente au-delà de la valeur critique. La dépendance par rapport au rapport des rayons est plus prononcée pour les petits écarts de températures, ce qui est visible sur les valeurs de n, et plus importante que la dépendance par rapport au nombre de Prandtl. Ceci sera pris en compte pour la sélection de la géométrie de l'expérience du LAS pour le vol « zéro G » prévu.

Pour les conditions terrestres le flux augment progressivement pour des grandes valeurs de la tension.

On note que pour le cas étudié en 3 dimensions en apesanteur, le régime des colonnes, non-axisymétriques, est plus instable que le régime des rouleaux. Néanmoins le délais requis pour observer les colonnes près de leur seuil est bien plus élevé que celui requis pour observer les rouleaux axisymétriques. Ceci renforce l'intérêt pour le régime axisymétrique qui, à priori, est expérimentalement plus facilement observable.

REMERCIEMENTS

Ce travail trouve son origine dans les discussions de l'équipe de recherche du projet GEOFLOW et a bénéficié du support du Contrat de Projets Etat-Région Haute Normandie 2007. M.S. a bénéficié d'une bourse postdoctorale de la Région Haute Normandie.

RÉFÉRENCES

[1] **Stiles**, P.J., et **Kagan**, M., Stability of cylindrical Couette flow of a radially polarized dielectric liquid in a radial temperature gradient, *Physica A 197*, pp. 583-592, (1993).

[2] **Travnikov**, M., **Rath**, H.J., et **Egbers**, C., Stability of natural convection between spherical shells: energy theory, *Int. J. Heat Mass Trans. 45*, pp. 4227-4235, (2002).

[3], **Chandra**, B., et **Smylie**, D.E., A Laboratory Model of Thermal Convection Under a Central Force Field, *Geophys. Fluid Dyn. 3*, pp. 211-224, (1972).

[4] **Takashima**, M., Electrohydrodynamic instability in a dielectric fluid between two coaxial cylinders, *Q. J. Mech. Appl. Math. 33*, pp. 93-103, (2002).

[5] **Landau**, L.D., et **Lifshitz**, E:M., Electrodynamics of continuous media, *Pergamon Press, New York*, (1960).

[6] **Jones**, T.B., Electrohydrodynamically Enhanced Heat Transfer in Liquids – A Review, Adv. *Heat. Trans.14*, pp. 107-148, (1978).

[7] **Sitte**, B., **Immohr**, J., **Hinrichs**, O., **Maier**, R., **Egbers**, C., **Rath**, H., Rayleigh-Bénard convection in dielectrophoretic force fields, *12th Int. Couette-Taylor Workshop, Evanston, IL, USA* (2001)